２０２

余弦分布を持つ円筒面線源からの線束

Flux from Cylindrical Source with Cosine Distribution

㈱　ナイス　江連 秀夫
Hideo Ezure

要約：余弦分布を持つ円筒面線源からの線束を求め、Haselgrove 法による数値解を得た。更に、円筒表面における線束が余弦分布を持つ円及び球線源からの線束と同じであることを示す。

キーワード：余弦分布、円筒面線源、Haselgrove 法、線束、数値解、線源表面

まえがき：余弦分布を持つ円筒面線源からの線束は近似的に求められている[1)]。最近、Dan Timus[2)]によって厳密解が求められた。その追認を行うと共に、線源表面及び円筒中心点の値及びHaselgrove法による数値解を求めた。

解法：測定点における線束は次のように表される。

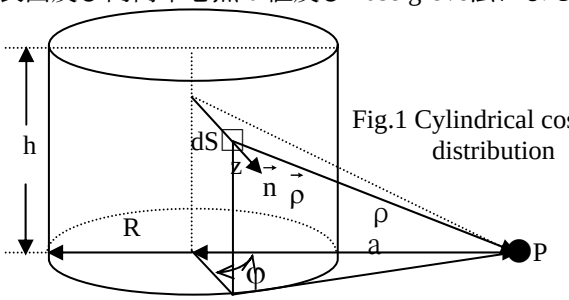

Fig.1 Cylindrical cosine distribution

$$\phi = \frac{gS_A}{4\pi}\int_\Omega \frac{dS\,(\vec{n}\cdot\vec{\rho})/|\vec{\rho}|}{R^2+a^2+z^2-2Ra\cos\varphi} \quad (1)$$

$$= \frac{gS_A}{2\pi} W_s\left(\frac{a}{R},\frac{h}{R},\delta\right) \quad (2)$$

$$W_s\left(\frac{a}{R},\frac{h}{R},\delta\right) = \int_0^\delta\int_0^h \frac{a\cos\varphi - R}{(R^2+a^2+z^2-2Ra\cos\varphi)^{3/2}} R\,d\varphi\,dz \quad (3)$$

$$= \int_0^\delta \frac{a\cos\varphi - R}{(R^2+a^2-2Ra\cos\varphi)\sqrt{R^2+a^2+h^2-2Ra\cos\varphi}} Rh\,d\varphi \quad (4)$$

$$= \frac{(a-R)h}{(R+a)\sqrt{(R+a)^2+h^2}}\left(\Pi(\frac{\pi}{2},c,k)-\Pi(\gamma,c,k)\right) - \frac{h}{\sqrt{(R+a)^2+h^2}}\left(F(\frac{\pi}{2},k)-F(\gamma,k)\right) \quad (5)$$

g : 線源の規格化定数　$\delta = \cos^{-1}\frac{R}{a}$　$\cos\frac{\varphi}{2} = \sin\theta$　$\gamma = \sin^{-1}\sqrt{\frac{R+a}{2a}}$　$c = -\frac{4Ra}{(R+a)^2}$　$k^2 = \frac{4Ra}{(R+a)^2+h^2}$ (6)

$$R^2+a^2-2Ra\cos\varphi == (R+a)^2\left[1+c\sin^2\theta\right] \qquad R^2+a^2+h^2-2Ra\cos\varphi = \left[(R+a)^2+h^2\right]\left[1-k^2\sin^2\theta\right] \quad (7)$$

$$\lim_{a\to R} W_s\left(\frac{a}{R},\frac{h}{R},\delta\right) = \lim_{a\to R}\int_0^\delta \frac{\frac{a}{R}\cos\varphi - 1}{\left[1+\left(\frac{a}{R}\right)^2 - 2\frac{a}{R}\cos\varphi\right]} d\varphi \cdot \frac{\frac{h}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{a}{R}\right)^2 - 2\frac{a}{R}\cos\delta\theta + \left(\frac{h}{R}\right)^2}} = \frac{\pi}{2} \qquad 0 \le \theta \le 1 \quad (8)$$

$$\because \int_0^\delta \frac{\frac{a}{R}\cos\varphi - 1}{\left[1+\left(\frac{a}{R}\right)^2 - 2\frac{a}{R}\cos\varphi\right]} d\varphi = -\frac{\delta}{2} + \tan^{-1}\sqrt{\frac{a/R+1}{a/R-1}} \quad (9)$$

F、Π:楕円積分

(8)式から円筒表面での関数W_sはπ/2であることが分かる。Fig.２に Haselgrove 法で求めたW_sの値を、余弦分布を持つ円及び球面線源の値と共に示す。これから余弦分布を持つ線源表面での線束は形状の如何に関わらず同じであることが分かる。

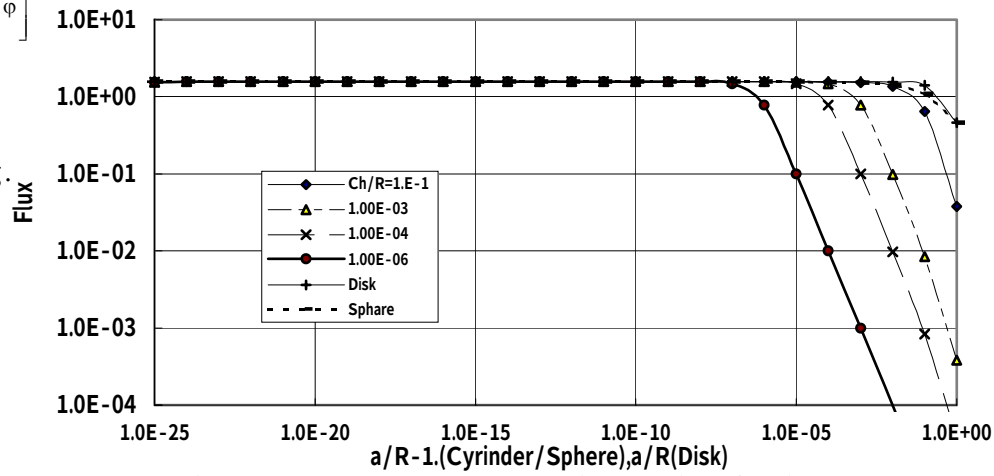

Fig.2 Flux vs. a/R-1, a/R. Ch/R:Height/Radius of Cylinder Source

まとめ：余弦分布を持つ円筒線源からの線束、Haselgrove 法による数値解を得た。更に、円筒表面における線束が余弦分布を持つ円及び球線源からの線束と同じであることを示した。なお、口頭発表では、測定点が円筒内にある場合の線束、内面上、中心線上の線束等についても発表する。

文献：1)　H.Yamakoshi, “Simple formula for expression of dose rate distributions around spent fuel shipping cask”,J.Nucl.Sci.Technol.,22(9),pp.697-707(1985).
2)　私信：Dan Timus（2005.4）